Tutorato 8 CP210

Docente: Pietro Caputo Esercitatrice: Elisabetta Candellero
Tutori: Valeria Cinelli, Federica Fino
Giovedì 16 maggio 2019

Esercizio 1. Siano Y e Z due variabili aleatorie continue con densità congiunta:

$$f(y,z) = \begin{cases} k(z-y) & \text{se } 0 \leq y \leq z \leq 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Calcolare:

(a) la marginale di Y;

(b) $P(Z < \frac{2}{3} | Y = \frac{1}{2})$.

Esercizio 2. La durata di una componente elettronica è una variabile aleatoria distribuita con legge esponenziale di parametro λ. Supponiamo di avere un macchinario il cui funzionamento dipende dalla componente suddetta, ci chiediamo quale sia la probabilità che il macchinario funzioni sino ad un certo tempo t sapendo di aver sostituito la sua componente esattamente 2 volte. Se invece la sostituiamo n volte?

Esercizio 3. Siano X,Y e Z variabili aleatorie indipendenti e identicamente distribuite che assumono i valori 1 e 2 con uguale probabilità. Si determini la densità discreta di:

(a) XYZ

(b) $XY + XZ + YZ$

(c) $X^2 + YZ$

Esercizio 4. Siano X,Y e Z tre variabili aleatorie di Poisson indipendenti con parametri $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 2$ e $\lambda_3 = 3$. Calcolare:

(a) $P(X + Y + Z = 6)$

(b) $\mathbb{E}[XYZ]$

(c) $\mathbb{E}[X^2Y^2Z]$

Esercizio 5. Due persone A e B arrivano in un dato luogo tra le 12.00 e le 12.30. Se A arriva per primo non si ferma, mentre B se non vede A entro 5 minuti da quando è arrivato se ne va anche lei. Assumendo che i tempi di arrivo di A e B siano indipendenti e distribuiti uniformemente, calcolare la probabilità che A e B si incontrino.

Esercizio 6. Siano T_1 e T_2 variabili aleatorie esponenziali di parametri λ_1 e λ_2. Sia $T_{min} = min\{T_1, T_2\}$.

$$X = \begin{cases} 1 & \text{se } T_{min} = T_1 \\ 2 & \text{se } T_{min=}T_2 \end{cases}$$

(a) Calcolare la distribuzione di X.

(b) Mostrare che X e T_{min} sono indipendenti.

Esercizio 7. Sia X un punto scelto uniformemente a caso nell'intervallo $[0, 1]$ e sia Y un punto scelto uniformemente a caso nell'intervallo $[0, 2]$.

(a) Calcolare il valore atteso di $Y - X$.

(b) Supponendo che X e Y sono indipendenti, calcolare la varianza di $Y - X$.