

Tutorato 6 CP210

Docente: Pietro Caputo Esercitatrice: Elisabetta Candellero

Tutori: Valeria Cinelli, Federica Fino

Giovedì 9 maggio 2019

Esercizio 1. Siano X_1, X_2, X_3 e X_4 variabili indipendenti $N(0, 1)$. Calcolare $\mathbb{P}(4X_1 + 3X_2 < X_3 + X_4)$.

Esercizio 2. Y_1, Y_2 e Y_3 sono variabili indipendenti e uniformi su $(0, 1)$. Sia $X = \max\{Y_1, Y_2, Y_3\}$. Calcolare la funzione di distribuzione, la densità e la media di X . Come cambiano i risultati se invece del massimo si prende il minimo?

Esercizio 3. Sia X una variabile $\Gamma(2, \lambda)$, ovvero la densità di X è data dalla seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda^2 x e^{-\lambda x} & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Qual è la legge della variabile $[X]$?

Esercizio 4. Siano X e Y due variabili aleatorie di densità congiunta

$$P(x, y) = \begin{cases} cye^{-yx} & \text{se } x \geq 0 \text{ e } 0 \leq y \leq 10 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Determinare la costante reale c . Calcolare le densità marginali di X e Y e dire se X e Y sono indipendenti.

Esercizio 5. I pezzi meccanici prodotti da una certa linea di produzione devono avere lunghezza 20cm ; sono accettabili i pezzi aventi lunghezza entro i limiti di tolleranza $[19.5, 20.5]$. Siano le lunghezze variabili aleatorie con distribuzione $N(20, (0.25)^2)$.

- (a) Qual è la percentuale dei pezzi che non rispetta i limiti di tolleranza dati?
- (b) Potendo ricalibrare la produzione, a quale valore dobbiamo ridurre la varianza affinché la percentuale di pezzi che rispettano la tolleranza sia il 99%?

Esercizio 6. L'altezza degli uomini di una determinata città è una variabile aleatoria normale di media 178 e varianza $(10)^2$, mentre quella delle donne è una normale di media 168 e varianza $(15)^2$. Le donne costituiscono il 58% della popolazione.

- (a) Calcolare la probabilità che l'altezza di un individuo scelto a caso sia tra 165 e 180 centimetri.
- (b) Se l'altezza è tra 165 e 180 centimetri, qual è la probabilità che l'individuo sia uomo?

Esercizio 7. In una stazione il tempo di attesa a uno sportello è una variabile aleatoria esponenziale di parametro $\frac{1}{5}$. Se c'è una persona allo sportello quando arrivate, qual è la probabilità che questa sia ancora allo sportello dopo 4 minuti?

Esercizio 8. Siano X e Y variabili aleatorie continue con densità congiunta

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x}{5} + cy & 0 < x < 1, 1 < y < 5 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- (a) Qual è il valore di c ?
- (b) Sono X e Y indipendenti?
- (c) Si determini $P(X + Y > 3)$.