Tutorato 4 CP210

Docente: Pietro Caputo Esercitatrice: Elisabetta Candellero
Tutori: Valeria Cinelli, Federica Fino
Giovedì 28 marzo 2019

Esercizio 1. Sia X una variabile aleatoria con distribuzione:

$$F(a) = \begin{cases} 0 & \text{se } a < -2 \\ \frac{2}{8} & \text{se } -2 \leq a < 0 \\ \frac{3}{8} & \text{se } 0 \leq a < 1 \\ 1 & \text{se } a \geq 1 \end{cases}$$

Determinare la densità discreta di X, $\mathbb{E}[X]$, $\mathbb{E}[3X+1]$, $\mathbb{E}[3X^2+1]$ e $Var(X)$.

Esercizio 2. Il numero di chiamate N_1 ricevute da un operatore telefonico tra le 3.00 e le 9.00 è una variabile aleatoria di Poisson di parametro $\lambda_1 = 3$. Se entro le 9.00 ha ricevuto meno di 3 chiamate l'operatore chiude il servizio per la giornata, altrimenti lo tiene attivo per un'altra ora. Se il numero di chiamate N_2 ricevute tra le 9.00 e le 10.00 è una variabile di Poisson di parametro $\lambda_2 = 2$ indipendente da N_1, calcolare la probabilità che il numero totale di chiamate ricevute dall'operatore nelle ore di servizio sia uguale a 3, e la probabilità che lo stesso sia uguale a 4.

Esercizio 3. Tra le ore 8.00 e le ore 10.00 un centralino riceve telefonate secondo un processo di Poisson con una media di 2 telefonate ogni 10 minuti.

(a) Calcola il numero medio di chiamate ricevute tra le 8.00 e le 9.00.

(b) Calcola la probabilità di non aver ricevuto chiamate tra le 8.00 e le 8.20.

(c) Calcola la probabilità che ci siano più di due chiamate tra le 8.00 e le 8.10.

Esercizio 4. Ogni settimana un giocatore compra un biglietto della lotteria. La probabilità di vincere è uguale a $\frac{1}{100}$ e la vincita è pari a 100\$.

(a) Approssimativamente qual è la probabilità di vincere più di 3 volte in un anno?

(b) Se x è il costo del biglietto, in media quanti soldi avrà il giocatore alla fine dell'anno?

Esercizio 5. Un gioco consiste in n prove ripetute tali che ad ogni prova si vincono:

$$\begin{cases} 5\$ & \text{con probabilità } \frac{1}{4} \\ 10\$ & \text{con probabilità } \frac{1}{4} \\ 0\$ & \text{con probabilità } \frac{1}{2} \end{cases}$$

(a) Calcolare il valore atteso dopo n prove.

(b) Assumendo che le prove sono indipendenti, calcolare la probabilità di vincere 10$ dopo 4 prove.

Esercizio 6. Si considerino lanci ripetuti di un dado. Sia T_1 il numero di lanci necessari per ottenere 6 per la prima volta e T_2 il numero di lanci necessari per ottenere 6 la seconda volta. Calcolare:

(a) la probabilità congiunta $\mathbb{P}(T_1 = j, T_2 = k)\ \forall j, k = 1, 2, \dots,$

(b) il valore atteso di T_2.

Esercizio 7. Un'urna contiene 8 palline di cui 4 rosse e 4 nere. Estraiamo 2 palline e denotiamo con X il numero di palline nere tra queste. Successivamente estraiamo altre 2 palline e denotiamo con Y il numero di palline nere tra queste. Calcolare:

(a) la densità di probabilità congiunta;

(b) i valori attesi $\mathbb{E}[X]$, $\mathbb{E}[Y]$ e $\mathbb{E}[XY]$.