

Università degli Studi Roma Tre a.a 2012/2013
CP110 - Calcolo delle Probabilità
Tutorato 9 del 10 Maggio 2013
Tutore: Andrea Gullotto e Mirko Moscatelli

“A drunk man will find his way home, but a drunk bird may get lost forever.”

Esercizio 1. Un dado è lanciato 100 volte. Sia X_i il valore del dado all' i -esimo lancio. Sia $Y_i = 0$ se X_i è dispari e $Y_i = \frac{1}{2}X_i$ se X_i è pari. Sia $S = \sum_{i=1}^{100} Y_i$.

- Calcolare il valore atteso e la varianza di S
- Trovare un valore approssimato per la probabilità dell'evento $S \geq 100$

Esercizio 2. Il gioco del Cluedo coinvolge 6 sospetti, 6 armi e 9 stanze. Ognuno di questi è scelto a caso e lo scopo del gioco è quello di indovinare le tre scelte.

- a) Quante sono le soluzioni possibili?

In una versione recente del gioco, dopo che è stata fatta la selezione, a ognuno dei giocatori vengono date tre delle carte rimanenti. Siano S , W e R , rispettivamente, il numero di sospetti, armi e stanze nell'insieme delle tre carte date a uno specifico giocatore. Inoltre, sia X il numero di soluzioni che sono possibili dopo che il giocatore osserva le sue tre carte.

- b) Esprimere X in termini di S , W e R
- c) Determinare $E[X]$

Esercizio 3. Una ditta produce due tipi di monete: una equa ed una truccata che dà testa nel 55% dei casi. Possediamo una di queste monete, ma non sappiamo di che tipo essa sia. Per capirlo effettuiamo il seguente test: lanciamo 1000 volte la moneta; se dà testa al massimo 525 volte concludiamo che si tratta di una moneta equa.

Se la moneta è effettivamente equa, qual è la probabilità di giungere alla conclusione errata?

Quale sarebbe il risultato se la moneta fosse truccata?

Esercizio 4. Venti persone, che consistono di 10 coppie sposate, si siedono in cinque tavoli diversi, con quattro persone a tavolo.

- a) Se le persone si siedono a caso, qual è il numero atteso di coppie sposate sedute allo stesso tavolo?
- b) Se si scelgono a caso due uomini e due donne per farli sedere in ogni tavolo, qual è il numero atteso di coppie sposate che sono sedute allo stesso tavolo?

Esercizio 5. Sia $X \sim \Gamma(2, \lambda)$, ovvero la densità di X è data dalla seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda^2 x e^{-\lambda x} & \text{se } x \geq 0 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Qual è la legge della variabile aleatoria $Y = [X]$?

Esercizio 6. Si consideri una lista di m nomi, dove lo stesso nome può apparire più di una volta nella lista. Sia $n(i)$ il numero di volte che il nome della posizione $i = 1, \dots, m$ si ripete e sia d il numero di nomi distinti sulla lista.

a) Esprimere d in termini delle variabili m e $n(i)$, $i = 1, \dots, m$

Sia ora \mathcal{U} una variabile uniforme su $(0, 1)$ e sia $X = [m\mathcal{U}] + 1$

b) Qual è la densità discreta di X ?

c) Dedurre che $\mathbb{E}\left[\frac{m}{n(X)}\right] = d$