

Università degli Studi Roma Tre a.a 2012/2013
CP110 - Calcolo delle Probabilità
Tutorato 8 del 3 Maggio 2013
Tutore: Andrea Gullotto e Mirko Moscatelli

“Se ci sono due o più modi di fare una cosa, e uno di questi modi può condurre ad una catastrofe, allora qualcuno la farà in quel modo.”

Esercizio 1. Si trovi un'approssimazione della probabilità che il numero di 1 ottenuti in 600 tiri di dado sia:

1. Compresa tra 300 e 400.
2. uguale a 100.

Esercizio 2. Si consideri un rettangolo di base b ed altezza h , dove b e h sono variabili aleatorie uniformi in $[0, 1]$ indipendenti. Calcolare la varianza dell'area del rettangolo.

Esercizio 3. Siano X e Y variabili aleatorie continue con densità congiunta:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x}{5} + cy & \text{se } 0 < x < 1, 1 < y < 5 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- Qual è il valore di c .
- X e Y sono indipendenti?
- Si determini $\mathbb{P}(X + Y) > 3$.

Esercizio 4. Date 5 variabili aleatorie X_i , $i = 1, \dots, 5$ i.i.d come una $\text{Esp}(\lambda)$

- Calcolare la probabilità che la più piccola sia minore di un certo valore a positivo e la probabilità che la più grande sia minore di un certo valore b .
- Estendere il risultato al caso generale di n v.a. X_i indipendenti supponendo nota la loro distribuzione (si sta chiedendo di dare due formule per $\mathbb{P}(\min_i X_i \leq x)$ e $\mathbb{P}(\max_i X_i \leq x)$)

Esercizio 5. Prendiamo un bersaglio quadrato del gioco delle freccette con lato di lunghezza 6. Al suo interno sono disegnate 3 circonferenze concentriche di raggio, rispettivamente 1, 2 e 3. Una freccetta che venga lanciata dentro il cerchio di raggio 1 totalizza 30 punti, una che arrivi nella corona circolare compresa tra le circonferenze di raggio 1 e 2 totalizza 20 punti, mentre una che finisca nella corona circolare compresa tra le circonferenze di raggio 2 e 3 totalizza 10 punti. Le freccette che finiscono fuori dal cerchio di raggio 3 non totalizzano punti. Supponendo che ogni freccetta sia lanciata in maniera indipendente dalle altre e che arrivi in un punto distribuito in maniera uniforme sul quadrato, si determini la probabilità dei seguenti eventi:

- Totalizzate 20 punti lanciando la prima freccetta
- Totalizzate almeno 10 punti lanciando la prima freccetta
- Totalizzate 0 punti lanciando la prima freccetta
- Il valore atteso del vostro punteggio in un lancio
- Entrambe le prime due freccette totalizzano 10 punti
- Il punteggio totale dopo 3 lanci è di 30 punti

Esercizio 6. Un modello proposto per la NBA suppone che quando due squadre, che abbiano più o meno la stessa classifica, si affrontano, allora il numero di punti segnati dalla squadra di casa meno il numero di punti segnati dalla squadra in trasferta si distribuisce approssimativamente come una variabile aleatoria normale di media 1.5 e varianza 6. Inoltre, il modello suppone che le differenze di punti dei quattro quarti siano indipendenti. Assumendo questo modello:

1. Qual è la probabilità che la squadra di casa vinca? (senza fare conti, è maggiore o minore di $\frac{1}{2}$)
2. Qual è la probabilità condizionata che la squadra di casa vinca, quando è in svantaggio di 5 punti dopo due quarti? (senza fare conti, è maggiore o minore di $\frac{1}{2}$)
3. Qual è la probabilità condizionata che la squadra di casa vinca, quando è in vantaggio di 5 punti dopo il primo quarto?