

Università degli Studi Roma Tre a.a 2012/2013
CP110 - Calcolo delle Probabilità
Tutorato 6 del 19 Aprile 2013
Tutore: Andrea Gullotto e Mirko Moscatelli

“Senza deviazione dalla media il progresso non è possibile.”

Esercizio 1. Sia Z una variabile aleatoria normale.
Provare che (dato $x > 0$):

1. $\mathbb{P}(Z > x) = \mathbb{P}(Z < -x)$
2. $\mathbb{P}(|Z| > x) = 2\mathbb{P}(Z > x)$
3. $\mathbb{P}(|Z| < x) = 2\mathbb{P}(Z < x) - 1$

Esercizio 2. Il tempo di vita in km di un tipo di freno è distribuito come una normale di media $\mu = 34000$ e deviazione standard $\sigma = 4000$. Calcolare:

- $\mathbb{P}(X > 40000)$
- $\mathbb{P}(X \in (30000, 35000))$
- $\mathbb{P}(X > 40000 | X > 30000)$

Esercizio 3. Sia X una normale di media $\mu = 5$ e varianza σ^2 .
Calcolarne la varianza sapendo che $\mathbb{P}(X > 9) = 0.2$.

Esercizio 4. La ruota di una roulette ha 38 spazi, numerati 0, 00 e da 1 a 36. Scommettendo su un numero specifico si vince 35 se la pallina della roulette si ferma sul numero scelto e si perde 1 se ciò non accade. Effettuando delle scommesse consecutive, approssima la probabilità:

- di vincere dopo 34 scommesse
- di vincere dopo 1000 scommesse
- di vincere dopo 100.000 scommesse

Esercizio 5. I pezzi meccanici prodotti da una certa linea di produzione devono avere una lunghezza nominale di 20 cm; sono accettabili pezzi aventi lunghezza entro i limiti $[19.5, 20.5]$.

Le lunghezze reali dei pezzi sono in realtà delle v.a. con distribuzione normale di media 20 cm e varianza $(0.25)^2 \text{cm}^2$

1. Quale percentuale di pezzi non rispetta i limiti di tolleranza dati?
2. Potendo ricalibrare la linea di produzione, a quale valore dobbiamo ridurre la varianza affinché la percentuale di pezzi rispettino i limiti di tolleranza sia pari al 99%?

Esercizio 6. Sia S_n il numero di successi che si realizzano in n prove indipendenti, in ognuna delle quali il successo ha probabilità p e sia ora $S_n^* = \frac{S_n - np}{\sqrt{np(1-p)}}$. Si trovi $a \in \mathbb{R}$ tale che, per n grande, la disuguaglianza

$$|S_n^*| > a$$

abbia probabilità vicina ad $\frac{1}{2}$

Esercizio 7. Si trovi un numero k tale che la probabilità che il numero di teste ottenuto in 1000 lanci di monete sia compreso tra 490 e k sia 0,5.

Esercizio 8. Sia X una variabile normale standard. Calcolare la sua funzione generatrice dei momenti, cioè

$$g_X = \mathbb{E}[e^{tX}]$$