

Università degli Studi Roma Tre a.a 2012/2013
CP110 - Calcolo delle Probabilità
Tutorato 5 del 12 Aprile 2013
Tutore: Andrea Gullotto e Mirko Moscatelli

“State attenti, la statistica è sempre la terza forma di menzogna.”

Esercizio 1. Dire quali delle seguenti funzioni sono densità di probabilità:

1. $f_1(x) = \begin{cases} x - \frac{1}{2} & \text{se } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$

2. $f_2(x) = e^{-3x} \chi_{\{x \geq 0\}}$

3. $f_3(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$

4. $f_4(x) = e^{|x|}$

Esercizio 2. Determinare la costante C , se esiste, affinché le seguenti funzioni siano delle densità di probabilità:

• $g_1(x) = x(C - x^2) \chi_{\{x \in [0,2]\}}$

• $g_2(x) = C^n x^n e^{-x} \chi_{\{x \in [0,+\infty)\}}$

• $g_3(x) = C \sin x \chi_{\{x \in [-\pi, \pi]\}}$

• $h(x) = Cx^{-(\lambda+1)} \chi_{\{x > r\}}$ con $\lambda, r > 0$

Sia ora X una variabile aleatoria con funzione di densità h , per quali valori di λ esistono, finite, la media e la varianza di X ?

Infine calcolare la funzione di distribuzione di $Y = \log \frac{X}{r}$

Esercizio 3. Al secondo esonero di CP110, ogni studente prende come voto una variabile aleatoria uniforme sull'insieme $\{0, 1, \dots, 30\}$, indipendente dalle altre.

Se m studenti sostengono l'esame, calcolare $\mathbb{P}(X = k)$ dove k è il voto massimo preso.

Suggerimento: Iniziare calcolando $\mathbb{P}(X \leq k)$

Esercizio 4. Il tempo d'attesa alla segreteria studenti di via Ostiense è una variabile aleatoria esponenziale con media pari a 5 ore.

Se uno studente arriva allo sportello al tempo T ed ha davanti una persona, calcolare la probabilità che aspetti almeno 4 ore.

Esercizio 5. Sia $Y \sim \mathcal{U}(0, 5)$, calcolare la probabilità che siano reali le radici dell'equazione $4x^2 + 4xY + Y + 2$.

Esercizio 6. Il tempo in ore richiesto per riparare un macchinario è una variabile aleatoria esponenziale di parametro $\lambda = \frac{1}{2}$.

Qual è:

- la probabilità che la riparazione duri più di 2 ore.
- la probabilità condizionata che la riparazione duri più di 10 ore sapendo che la sua durata supera le 9 ore?

Esercizio 7. Alla stazione Termini ogni 15 minuti dalle 7:00 parte un treno per Palermo e ogni 15 minuti dalle 7:05 ne parte uno per Milano.

Se una persona arriva alla stazione in un istante uniformemente distribuito tra le 7:00 e le 8:00 e prende il primo treno che parte tra i suddetti, calcolare la probabilità che andrà Palermo.