

Università degli Studi Roma Tre a.a 2012/2013
CP110 - Calcolo delle Probabilità
Tutorato 3 del 15 Marzo 2013
Tutore: Andrea Gullotto e Mirko Moscatelli

“Quando Gesù Cristo dice: “Beati gli affamati perchè saranno saziati”,
Gesù Cristo fa un calcolo delle probabilità.”

Esercizio 1. L'urna A ha 5 palline bianche e 7 palline nere. L'urna B ha 3 palline bianche e 12 palline nere. Lanciamo una moneta non truccata. Se esce testa si estrae una pallina dall'urna A , mentre se viene croce si estrae una pallina dall'urna B . Si supponga di aver estratto una pallina bianca. Qual è la probabilità che sia uscita croce?

Esercizio 2. Una famiglia ha j bambini con probabilità p_j , dove:

$$p_1 = 0.1 \quad p_2 = 0.25 \quad p_3 = 0.35 \quad p_4 = 0.3$$

Un bimbo scelto è scelto a caso da una data famiglia. Sapendo che questo bambino è il primogenito, determinare la probabilità condizionata che la famiglia abbia:

1. Solo un bambino.
2. 4 bambini.

Esercizio 3. A e B alternano il lancio di un paio di dadi e si fermano non appena A fa 9 o B fa 6. Supponendo che A inizi il gioco, determinare la probabilità che A faccia il lancio finale.

Esercizio 4. Si dispone di 10 monete tali che se si lancia la moneta i , la testa appare con probabilità $\frac{i}{10}$, $i = 1, \dots, 10$. Si sceglie a caso di una di queste monete e la si lancia: viene testa.

Qual è la probabilità condizionata che si tratti della i -esima moneta?

Esercizio 5. Allo scopo di esercitare un controllo sulla popolazione, come si sa, il governo cinese vietò ad ogni coppia di procreare più di un figlio. Con la speranza di avere un figlio maschio, molte coppie contadine arrivarono ad uccidere neonate femmine. A seguito di questi fatti, il Governo Popolare Cinese permette ora di avere figli, fino alla nascita del primo maschio (o almeno così era fino a qualche anno fa...). Ammettendo che la probabilità che nasca un maschio o una femmina sia del 50% e che nessuna coppia si spinga oltre i 10 figli, dire se nella prossima generazione la popolazione sarà aumentata o diminuita e se (tra i giovani) saranno maggiori i maschi o le femmine.

Esercizio 6. Siano A e B due eventi che hanno una probabilità positiva. Dire se ciascuno degli asserti che seguono è:

- i) Vero.
- ii) Falso.
- iii) Può essere sia vero che falso.
- 1. Se A e B sono disgiunti, allora sono indipendenti.
- 2. Se A e B sono indipendenti, allora sono disgiunti.
- 3. $\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(B) = \frac{2}{3}$ e A e B sono disgiunti.
- 4. $\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(B) = \frac{2}{3}$ e A e B sono indipendenti.

Esercizio 7. Un'urna contiene inizialmente una pallina rossa e una pallina blu. Ad ogni passo, si estrae a caso una pallina e la si rimpiazza con altre due palline dello stesso colore.

Dimostrare che la probabilità che vi siano i palline rosse nell'urna dopo n passi è $\frac{1}{n+1}$, $1 \leq i \leq n+1$

Esercizio 8. Due fabbriche locali producono radio. Ogni radio prodotta dalla fabbrica A è difettosa con probabilità 0.05 mentre ogni radio prodotta dalla fabbrica B è difettosa con probabilità 0.01. Supponiamo di aver acquistato due radio prodotte dalla stessa fabbrica, che può essere con uguale probabilità A o B .

Se la prima radio testata è difettosa, qual è la probabilità condizionata che lo sia anche l'altra?