

Università degli Studi Roma Tre a.a 2012/2013
CP110 - Calcolo delle Probabilità
Tutorato 10 del 17 Maggio 2013
Tutore: Andrea Gullotto e Mirko Moscatelli

Moral: Don't drink when you are in space.

Esercizio 1. La freccia lanciata da un arco è distribuita uniformemente su un disco di raggio 1 metro. Il disco è diviso in tre parti A, B, C , dove A è l'insieme dei punti che distano dal centro meno di 30 cm, B è l'insieme dei punti che distano dal centro almeno 30 cm ma meno di 60 cm e C è la parte rimanente. Se la freccia termina in A si hanno 10 punti, se termina in B si hanno 5 punti e zero altrimenti. Si considerino 100 lanci indipendenti della freccia e sia X il numero di punti realizzati in totale.

- Calcolare il valor medio di X
- Trovare $m \in \mathbb{N}$ tale che $\mathbb{P}(X \geq m)$ vale circa $\frac{1}{2}$

Esercizio 2. Siano X, Y due variabili indipendenti con distribuzione esponenziale di parametri $\lambda_X = 1$ e $\lambda_Y = 2$ rispettivamente.

- (a) Scrivere la densità di probabilità congiunta di X, Y .
- (b) Scrivere la densità di probabilità della variabile $Z = \frac{1}{2}X + Y$.
- (c) Calcolare la varianza di Z .

Esercizio 3. Due ciclisti A e B fanno una corsa. In un tempo $t > 0$, A percorre $X(t)$ metri e B percorre $Y(t)$ metri. Supponiamo che $X(t), Y(t)$ siano variabili normali indipendenti con media $\mu = t$ e varianza $\sigma^2 = t$. Calcolare, in funzione di t , il valore atteso della distanza $|X(t) - Y(t)|$ tra i due corridori.

Esercizio 4. Siano $X_1, \dots, X_n$ v.a. indipendenti tali che $X_i = -1, 0, 1$ con probabilità $\frac{1}{8}, \frac{3}{4}, \frac{1}{8}$ rispettivamente, e sia $S_n = \sum_{i=1}^n X_i$.

Fornire un'espressione per i seguenti limiti:

- (a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{P}\left(\frac{1}{n}S_n > 0.1\right)$
- (b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{P}\left(\frac{1}{\sqrt{n}}S_n > 0.1\right)$

Esercizio 5. Dieci persone arrivano all'ufficio postale indipendentemente a un orario uniformemente distribuito tra le 8 e le 9 del mattino. Sia X il numero di persone che arrivano tra le 8:00 e le 8:15 e sia Y il numero di persone che arrivano tra le 8:45 e le 9:00.

- (a) Calcolare $\text{Cov}(X, Y)$?
- (b) Scrivere la densità di probabilità congiunta di X, Y .