

**Università degli Studi Roma Tre a.a 2011/2012**  
**CP110 - Calcolo delle Probabilità**  
**Tutorato 7 del 19 Aprile 2012**  
**Tutore: Andrea Gullotto**

**Esercizio 1.** Determinare la costante  $C$ , se esiste, affinché le seguenti funzioni siano densità di probabilità:

- $f_X(x) = x(C - x^2)\chi_{\{x \in [0,2]\}}$
- $f_X(x) = C^n x^n e^{-x}\chi_{\{x \in [0,+\infty)\}}$
- $f_X(x) = C \sin x \chi_{\{x \in [-\pi, \pi]\}}$

**Esercizio 2.** Sia  $f(x) = cx^{-(\lambda+1)}\chi_{\{x > r\}}$  con  $\lambda, r > 0$ .

- Determinare  $c$  affinché  $f$  sia una funzione di densità.
- Sia ora  $X$  una variabile aleatoria con funzione di densità  $f$ , per quali valori di  $\lambda$  esistono, finite, la media e la varianza di  $X$ ?
- Calcolare la funzione di distribuzione di  $Y = \log\left(\frac{X}{r}\right)$

**Esercizio 3.** In una stazione il tempo d'attesa ad uno sportello è una variabile aleatoria esponenziale con media pari a 5 minuti. Se una persona arriva allo sportello al tempo  $T$  ed ha davanti una persona, calcolare la probabilità che rimanga in fila almeno 4 minuti.

**Esercizio 4.** Sia  $Y \sim \mathcal{U}(0, 5)$ . Calcolare la probabilità che siano reali le radici dell'equazione

$$4x^2 + 4xY + Y + 2$$

**Esercizio 5.** Dire quali delle seguenti funzioni sono densità di probabilità:

1.  $g_X(x) = \begin{cases} x - \frac{1}{2} & \text{se } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$
2.  $g_X(x) = e^{-3x}\chi_{\{x \geq 0\}}$
3.  $g_X(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$
4.  $g_X(x) = e^{|x|}$

**Esercizio 6.** Alla stazione Termini ogni 15 min dalle 7:00 parte un treno per Bologna e ogni 15 min dalle 7:05 ne parte uno per Napoli. Se arrivo a Termini in un istante uniformemente distribuito tra le 7:00 e le 8:00 e prendo il primo treno che parte tra i suddetti, calcolare la probabilità di andare a Bologna.

**Esercizio 7.** Il tempo in ore richiesto per riparare un macchinario è una variabile aleatoria esponenziale di parametro  $\lambda = \frac{1}{2}$ .

Qual è:

- la probabilità che la riparazione duri più di 2 ore
- la probabilità condizionata che la riparazione duri più di 10 ore sapendo che la sua durata supera le 9 ore?

**Esercizio 8.** Il numero di anni di funzionamento di un tipo di radio è distribuito esponenzialmente con parametro  $\lambda = \frac{1}{8}$ .

Comprando una radio usata di questo tipo, qual è la probabilità che essa duri per più di 8 anni?