

Università degli Studi Roma Tre a.a 2011/2012
CP110 - Calcolo delle Probabilità
Tutorato 6 del 4 Aprile 2012
Tutore: Andrea Gullotto

Esercizio 1. Un commerciante acquista 2000 cinture di pelle.

Secondo il modello ogni cintura ha 5 fori, ma per via di un difetto di fabbrica si stima che lo 0.2% delle cinture ha meno di 4 fori, e che lo 0.5% delle cinture ha meno di 5 fori.

Utilizzando l'approssimazione poissoniana si determini la probabilità che il commerciante abbia:

- Nessuna cintura con meno di 4 fori
- Almeno 2 cintura con esattamente 4 fori

Esercizio 2. Due dadi vengono lanciati. Calcolare:

1. la probabilità che siano tutti e due dispari
2. la probabilità che il minimo dei due sia dispari
3. la probabilità che il massimo dei due sia dispari

Esercizio 3. Un rivenditore di automobili acquista 20 automobili dalla fabbrica A e 10 dalla fabbrica B . È noto che le automobili provenienti dalla fabbrica A hanno un difetto di carrozzeria con probabilità 0.05 mentre per le automobili provenienti dalla fabbrica B tale probabilità scende allo 0.01. Durante un'ispezione il rivenditore sceglie a caso due tra tutte le automobili e le sottopone a un test della carrozzeria.

Se nessuna delle due risulta avere il difetto, qual è la probabilità che provengano entrambi dalla fabbrica A ?

Esercizio 4. 10 carte numerate da 1 a 10 vengono estratte in ordine casuale. All'estrazione della i -esima carta si vince un punto se la carta è maggiore di i e si perde un punto se la carta è minore di i (se la carta è uguale a i non si vince o perde nulla).
Calcolare il numero medio di punti dopo l'ultima estrazione.

Esercizio 5. 12 monete da 1 euro vengono distribuite tra 4 persone in maniera tale che ognuno riceva almeno 1 euro.

Supponendo che tutti gli esiti siano equiprobabili, calcolare la probabilità che tutti abbiano almeno 2 euro.

Esercizio 6. Chiara prende l'automobile e sceglie a caso una tra le quattro strade differenti che portano da A a B .

Supponiamo che 100 altre persone facciano la stessa cosa indipendentemente una dall'altra. Se la strada è vuota Chiara impiega 15 minuti per arrivare a destinazione. Per ogni automobile aggiuntiva sulla stessa strada il tempo aumenta di 2 minuti.

Calcolare il valore atteso e la varianza del tempo di percorrenza.

Esercizio 7. Sia N il numero di persone che votano in una data sezione elettorale. Si assuma che N sia una variabile di Poisson con valore medio $\lambda > 0$. Si assuma inoltre che ognuno, indipendentemente dagli altri, voti per il candidato A con probabilità $0 < p < 1$. Determinare la distribuzione del numero di voti N_A raccolti dal candidato A nella data sezione elettorale. Calcolare inoltre il valore atteso e la varianza di N_A .

Esercizio 8. In un allevamento ittico ci sono n vasche ognuna delle quali contiene $2n + 1$ pesci. Ogni pesce è contaminato da un certo batterio con probabilità $\frac{1}{2}$ indipendentemente dagli altri. Gli allevatori considerano buona una vasca se al più n pesci in quella vasca sono contaminati. Calcolare il valor medio e la varianza del numero di vasche buone in funzione di n .

Esercizio 9. A ogni unità di tempo indipendentemente si lanciano due monete. Sia X il primo tempo al quale si ha testa in almeno una delle due monete, e sia Y il primo tempo al quale si ha testa in tutte e due le monete. Trovare:

- I valori attesi $\mathbb{E}[X]$ e $\mathbb{E}[Y]$
- $\mathbb{P}(Y > 2|X = 2)$
- $\mathbb{P}(X = Y)$

Esercizio 10. Ci sono x persone (i.e. $x \in \mathbb{N}$) che vogliono gustarsi un po' di vino in compagnia. Si dispongono uno di fianco all'altro ed al primo (da sinistra o da destra) viene data una bottiglia. Appena ricevuta, si versa un bicchiere, lo manda giù e passa la bottiglia alla persona di fianco che ancora non ha bevuto e così fanno gli altri. Tra queste persone però ce n'è una alla quale, per motivi di privacy, ci riferiremo col nome "fittizio" di Ginny che è molto avida di alcol; infatti è l'unica che con probabilità $p > \frac{1}{2}$, dopo essersi scolata il suo bicchiere, se ne riversa un'altro e di nuovo, dopo averlo mandato giù, con probabilità p sceglie se tenere la bottiglia per sé ecc. Supponendo che la bottiglia contenga vino a volontà, in media quanto deve aspettare l'ultimo della fila per ricevere la bottiglia?