

Università degli Studi Roma Tre a.a 2011/2012
CP110 - Calcolo delle Probabilità
Tutorato 10 del 10 Maggio 2012
Tutore: Andrea Gullotto

Esercizio 1. Si consideri un rettangolo di base b e altezza h , dove b e h sono variabili aleatorie uniformi in $[0,1]$ indipendenti. Calcolare la varianza dell'area del rettangolo.

Esercizio 2. Lancio 3 volte una moneta equa. Sia X la variabile aleatoria che mi conta il numero di teste nei primi due lanci ed Y il numero di teste nel secondo e terzo lancio.

- Calcolare la distribuzione congiunta.
- Sono indipendenti?
- Calcolare la distribuzione di $Z = X + Y$.

Esercizio 3. Le variabili aleatorie X e Y hanno densità congiunta:

$$f(x, y) = 12xy(1 - x) \quad 0 < x < 1, 0 < y < 1$$

- X e Y sono indipendenti?
- Si determini $E[X]$.
- Si determini $E[Y]$.
- Si determini $Var[X]$.
- Si determini $Var[Y]$.

Esercizio 4. Anna e Maria si danno appuntamento al cinema tra le 20:00 e le 20:30. Ciascuna arriva, indipendentemente dall'altra, ad un tempo aleatorio uniformemente distribuito nell'intervallo $[20:00, 20:30]$. Calcolare la probabilità che:

- Anna debba aspettare Maria almeno per 10 minuti
- Entrambe arrivano entro le 20.15 e Anna prima di Maria

Esercizio 5. Un'urna contiene 5 palline bianche e 8 rosse. Estraiamo 3 palline senza reinserimento.

Sia X_i uguale a 1 se la i -esima pallina estratta è bianca e uguale a 0 altrimenti. Si determini la densità discreta congiunta di:

- X_1, X_2
- X_1, X_2, X_3

Esercizio 6. Sia

$$f(x, y) = c(y^2 - x^2)e^{-y} \quad y \in \mathbb{R}^+ \quad x \in [-y, y]$$

- Trovare c affinché f sia una densità.
- Calcolare le marginali.
- Calcolare $E[X]$.

Esercizio 7. Le variabili aleatorie continue X, Y hanno densità congiunta

$$f(x, y) = \begin{cases} cx^2y^2 & 1 \geq y \geq x \geq 0 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- Calcolare c .
- Dire se X e Y sono indipendenti.
- Calcolare il valore atteso di $Y - X$.