

Università degli Studi Roma Tre a.a 2012/2013

AM 210 - Analisi Matematica 3

Tutorato 4 del 9 Novembre 2012

Tutori: Andrea Gullotto e Emanuele Padulano

**Esercizio 1.** Determinare i punti stazionari delle seguenti funzioni (definite su tutto  $\mathbb{R}^2$  o  $\mathbb{R}^3$ ) e stabilire quali di essi sono di massimo e quali di minimo locale

1.  $f_1(x, y) = x^4 - 2x^2 - y^4 + 2y^2$

4.  $f_4(x, y) = x^4 - x^3 \sin y$

7.  $f_7(x, y) = y^4 - y^3 \cos x$

2.  $f_2(x, y) = xy(x^2 + y^2 - 1)$

5.  $f_5(x, y) = (x^2 - 1)(y^2 - 1)$

8.  $f_8(x, y, z) = \sin(xyz)$

3.  $f_3(x, y) = x^3 - 3xy^2$

6.  $f_6(x, y) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + y^4 - 2y^2$

9.  $f_9(x, y, z) = \sin^2(xyz)$

**Esercizio 2.** Determinare l'estremo superiore e inferiore su tutto  $\mathbb{R}^2$  delle seguenti funzioni e stabilire se si tratta di massimi e/o di minimi.

1.  $f(x, y) = x^4 - x^2 + y^2$

2.  $g(x, y) = \frac{1}{x^2 + 2x + y^4 + 3}$

**Esercizio 3.** Determinare lo sviluppo di Taylor al secondo ordine nell'origine delle seguenti funzioni:

1.  $f(x, y) = \cos x \sin y$

2.  $g(x, y) = \log(1 + x + y^2)$

**Esercizio 4.** Siano  $f \in C^1(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$  e  $g \in C^1(\mathbb{R}, \mathbb{R})$  tali che

- $g(0) = 0$
- $f(t, g(t)) \equiv 0 \forall t \in \mathbb{R}$
- $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0) \neq 0$

Usando la regola di derivazione per funzioni composte, mostrare che

$$g'(0) = -\frac{\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)}{\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)}$$