Università degli Studi Roma Tre a.a 2012/2013

AM 210 - Analisi Matematica 3

Tutorato 10 del 21 Dicembre 2012

Ripasso Generale

Tutori: Andrea Gullotto e Emanuele Padulano

Esercizio 1. Determinare i punti stazionari delle seguenti funzioni e stabilire quali di essi sono di massimo e quali di minimo locale:

1. $f_1(x, y) = x^3 + y^3 + xy$
2. $f_2(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} + y^2 - 1$
3. $f_3(x, y) = x^4 + y^4 - 8(x^2 + y^2)$
4. $f_4(x, y) = x^3 + y^3 + (1 + x + y)^3$
5. $f_5(x, y) = x^2y^2 - \ln(y)$

Esercizio 2. Determinare lo sviluppo di Taylor al secondo ordine nell'origine delle seguenti funzioni:

1. $g_1(x, y) = xe^{xy}$
2. $g_2(x, y) = x^2 \sin(y^2)$
3. $g_3(x, y) = \sinh(x + \sin(y))$

Esercizio 3. Sviluppare le seguenti funzioni (estese per periodicità al di fuori dell'intervallo di definizione) in serie di Fourier:

1. $h_1(x) = \begin{cases} x\cos(x) & \text{se } -\pi \le x < \pi \\ \pi & \text{se } x = \pi \end{cases}$
2. $h_2(x) = x(\pi - x)$, $x \in [0, \pi]$
3. $h_3(x) = \sin(\frac{x}{2})$, $x \in [-\pi, \pi]$

Esercizio 4. Risolvere i seguenti problemi di Cauchy:

1. $\begin{cases} \dot{y}(x) - 2y(x) = x^2 + x \\ y(0) = 2 \end{cases}$
2. $\begin{cases} \dot{y}(x) = y(x)\cos(x) + \cos^3(x) \\ y(0) = 0 \end{cases}$
3. $\begin{cases} \dot{y}(x) + y(x) = \sin(x) + 3\cos(2x) \\ y(0) = 0 \end{cases}$
4. $\begin{cases} \dot{y}(x) - 2y(x) = \frac{e^{3x}}{e^x+1} \\ y(0) = 0 \end{cases}$

Esercizio 5. Risolvere i seguenti problemi di Cauchy:

1. $\begin{cases} \overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{y}(x) - \ddddot{y}(x) - \dot{y}(x) + y(x) = 0 \\ \ddddot{y}(0) = \dddot{y}(0) = \ddot{y}(0) = \dot{y}(0) = 0 \\ y(0) = 1 \end{cases}$
2. $\begin{cases} \ddot{y}(x) - 8\dot{y}(x) + 15y(x) = 2e^{3x} \\ y(0) = \dot{y}(0) = 0 \end{cases}$
3. $\begin{cases} \dddot{y}(x) + \ddot{y}(x) = 1 \\ y(0) = \dot{y}(0) = \ddot{y}(0) = 0 \end{cases}$
4. $\begin{cases} \dddot{y}(x) - 4\dot{y}(x) = 0 \\ y(0) = \ddot{y}(0) = 0 \\ \dot{y}(0) = 1 \end{cases}$
5. $\begin{cases} \ddot{y}(x) - y(x) = xe^x \\ y(0) = \dot{y}(0) = 0 \end{cases}$